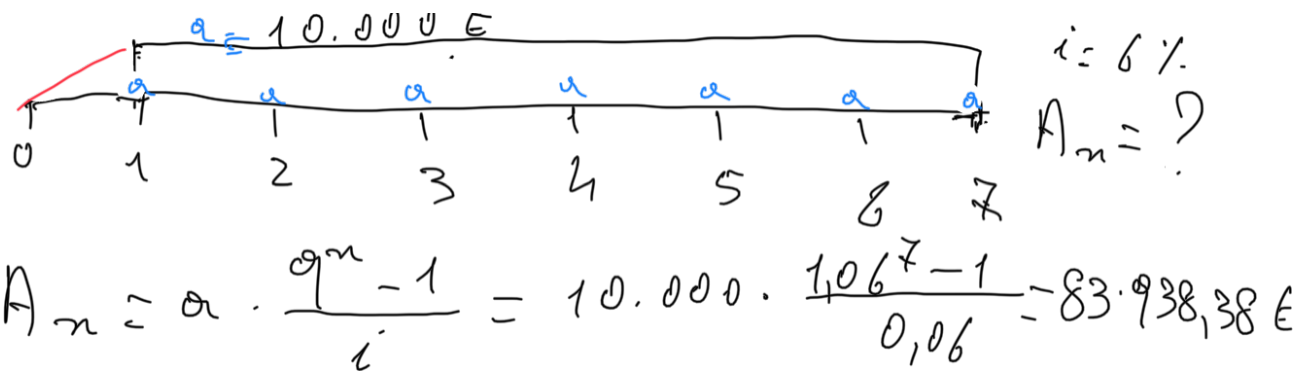
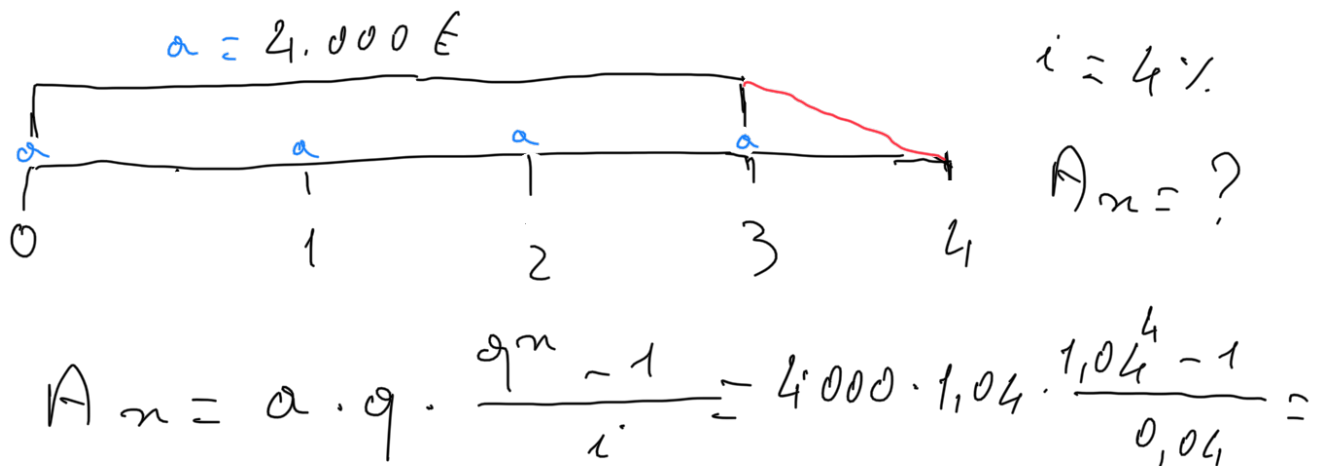


✓ Esercizi svolti sulle annualità

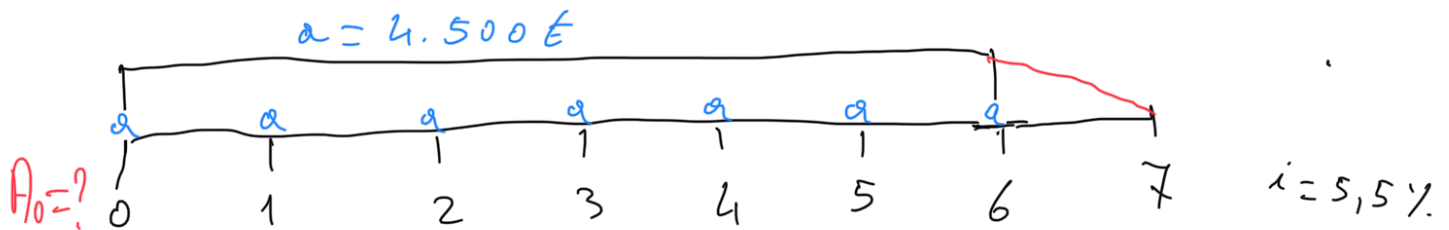
- ✓ 1) Deposito su un libretto di risparmio € 10.000 alla fine di ogni anno per 7 anni consecutivi al saggio del 6%. Di quanto potrò disporre alla fine del 7° anno? ($A_n = € 83.938,38$)



- 2) Per l'esecuzione di un miglioramento si spendono € 4.000 all'inizio di ogni anno per 4 anni consecutivi. Al saggio del 4% calcolare il costo totale delle opere alla fine del 4° anno. ($A_n = € 17.665,29$)

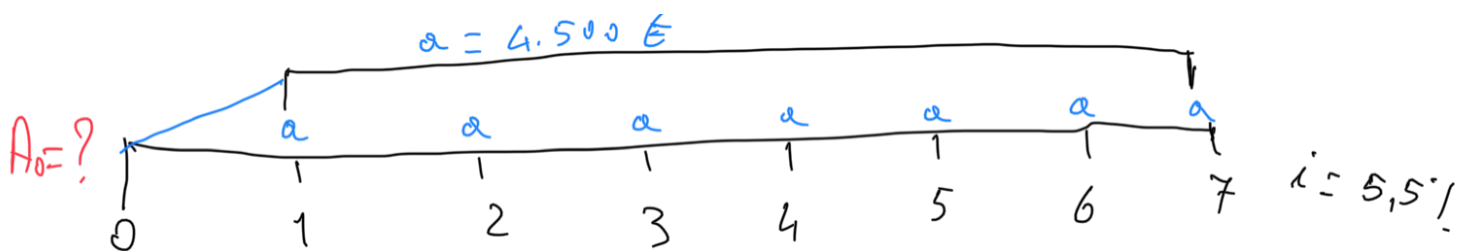


- 3) Ludovico, per mantenersi agli studi universitari, prevede di aver bisogno all'inizio di ogni anno, per 7 anni, di € 4.500; di quale capitale deve disporre adesso, in forma fruttifera al saggio del 5,5% per far fronte a tali spese? ($A_0 = € 26.979,89$)



$$A_0 = a \cdot \frac{q^n - 1}{i \cdot q^n} = 4.500 \cdot \frac{1,055^7 - 1}{0,055 \cdot 1,055^7} =$$

4) Ludovico, per mantenersi agli studi universitari, prevede di aver bisogno alla fine di ogni anno, per 7 anni, di € 4.500; di quale capitale deve disporre adesso, in forma fruttifera al saggio del 5,5% per far fronte a tali spese? ($A_0 = € 25.573,35$)

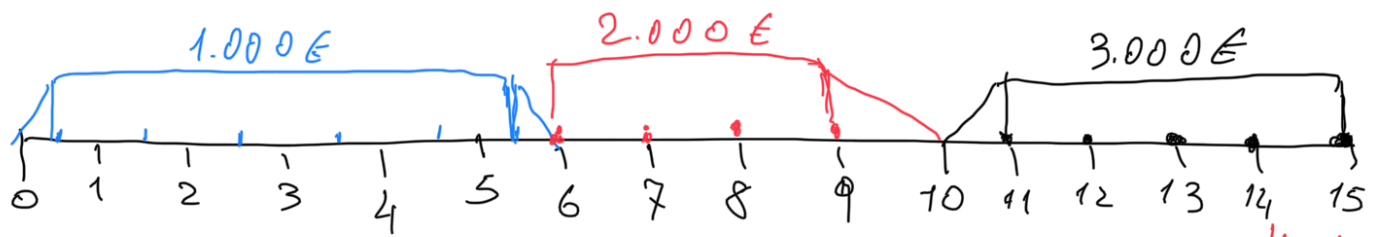


$$A_0 = a \cdot \frac{q^n - 1}{i \cdot q^n} = 4.500 \cdot \frac{1,055^7 - 1}{0,055 \cdot 1,055^7} =$$

5) Siano dati i seguenti valori :

- dal 1° al 6° anno € 1.000 annue mediamente anticipate di 6 mesi;
- dal 7° al 10° anno € 2.000 annue anticipate;
- dall'11° al 15° anno € 3.000 annue posticipate.

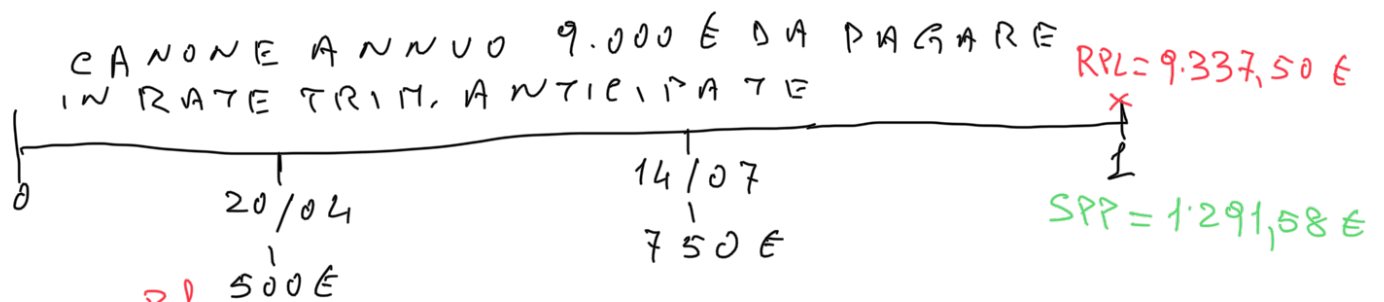
Al saggio del 5% calcolare la somma alla fine del 15° anno. ($A_n = € 38.944,65$)



$$\begin{aligned}
 Am &= 1000 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{180}{360}\right) \cdot \frac{1,05^6 - 1}{0,05} \cdot 1,05^9 + 2000 \cdot 1,05 \cdot \frac{1,05^4 - 1}{0,05} \times \\
 &\quad \times 1,05^5 + 3 \cdot 000 \cdot \frac{1,05^5 - 1}{0,05} = \\
 &= 10 \cdot 815,80 + 11 \cdot 551,96 + 16 \cdot 576,89 = 38 \cdot 944,65 \text{ €}
 \end{aligned}$$

6) Calcolare il valore attuale di un fondo rustico affittato ad un canone annuo di € 9.000, pagabili in rate trimestrali anticipate, e con spese padronali pari a € 500 il 20 aprile e € 750 il 14 luglio.

Saggio d'interesse = 6% e saggio di capitalizzazione = 3%. ($V_0 = \text{€ } 268.197,33$)



$$V_0 = \frac{B_f}{i \text{ (CAPITAL)}}$$

$$B_f = RPL - SPP$$

$$RPL = R \cdot \left(N + i \cdot \frac{N+1}{2} \right)$$

$$\text{RATA TRIM. ANT.} = 9.000 : 4 = 2.250 \text{ €}$$

$$RPL = 2.250 \cdot \left(4 + 0,06 \cdot \frac{4+1}{2} \right) = 9.337,50 \text{ €}$$

$$SPP = 500 \cdot \left(1 + 0,06 \cdot \frac{250}{360} \right) + 750 \cdot \left(1 + 0,06 \cdot \frac{166}{360} \right) =$$

$$= 520,83 + 770,75 = 1.291,58 \text{ €}$$

$$B_f = RPL - SPP = 9.337,50 - 1.291,58 = 8.045,92 \text{ €}$$

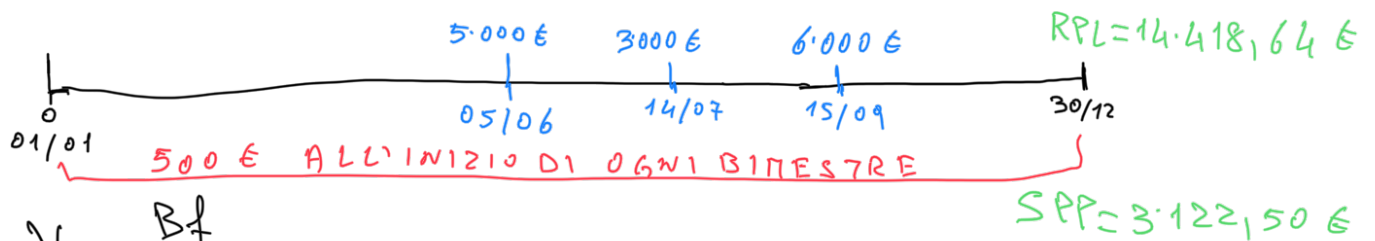
$$V_0 = \frac{B_f}{i \text{ (CAP)}} = \frac{8.045,92}{0,03} = \underline{\underline{268.197,33 \text{ €}}}$$

7) Un fondo rustico condotto in economia diretta fornisce annualmente le seguenti produzioni :

€ 5.000 il 5 giugno, € 3.000 il 14 luglio e € 6.000 il 15 settembre.

Le spese di coltivazione e generali ammontano a € 500 bimestrali

anticipate. Calcolare il valore attuale del fondo sapendo che il saggio di interesse è del 7% mentre quello di capitalizzazione è del 2,5%. ($V_0 = € 451.845,60$)



$$V_0 = \frac{B_f}{i \text{ (CAP.)}}$$

$$B_f = RPL - SPP$$

$$RPL = 5.000 \cdot (1 + 0,07 \cdot \frac{205}{360}) + 3.000 \cdot (1 + 0,07 \cdot \frac{166}{360}) + 6.000 \cdot (1 + 0,07 \cdot \frac{105}{360}) = 5.199,31 + 3.096,83 + 6.122,50 = 14.418,64 \text{ €}$$

$$SPP = 500 \cdot (6 + 0,07 \cdot \frac{6+1}{2}) = 3.122,50 \text{ €}$$

$$B_f = RPL - SPP = 11.296,14 \text{ €}$$

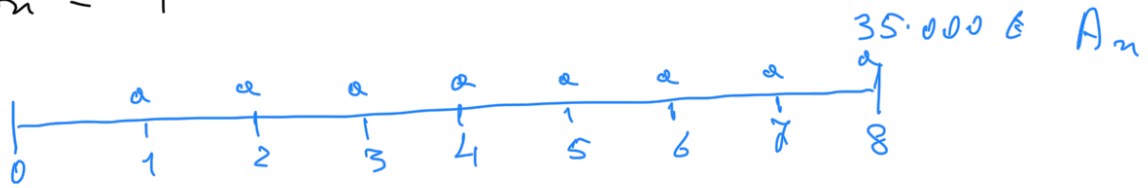
$$V_0 = \frac{B_f}{i \text{ (CAP.)}} = \frac{11.296,14}{0,025} = \underline{\underline{451.845,60 \text{ €}}}$$



8) E' stata acquistata una trattrice il cui valore a nuovo è di € 40.000. Sapendo che la durata economica è di 8 anni e il valore di recupero di € 5.000, calcolare la quota di reintegrazione posticipata ($r = 6\%$). ($Q/r = € 3.536,26$)

$$A_n = \text{VALORE A NUOVO} - \text{VALORE DI RECUPERO}$$

$$A_n = 40.000 - 5.000 = 35.000 \text{ €}$$



$$a = Q/re$$

$$Q/re = A_n \cdot \frac{i}{q^n - 1} = 35.000 \cdot \frac{0,06}{1,06^8 - 1} = 3.536,26 \text{ €}$$

9) Un appartamento è affittato ad un canone mensile anticipato di € 450, le spese padronali ammontano al 25% del Rpl. Tale contratto è da considerarsi ordinario e continuativo; si determini il valore dell'appartamento sapendo che al momento della stima sta per scadere la 7^a rata di un mutuo di € 45.000 da estinguersi in 14 rate annue posticipate al saggio del 7%. (saggio d'interesse 5%; saggio di capitalizzazione 2%). (Vreale = € 175.108,15)

$$V_{ALORE\ REALE} (V_2) = V_0 - D.R. \text{ (DEBITO RESIDUO)}$$

↓ VALORE ORDINARIO

$$V_0 = \frac{Bf}{i \text{ (CAPIT.)}}$$

$$Bf = RPL - SPP$$

$$RPL = R \cdot \left(N + i \cdot \frac{N+1}{2} \right) = 450 \cdot \left(12 + 0,05 \cdot \frac{12+1}{2} \right) = 5.546,25 \text{ €}$$

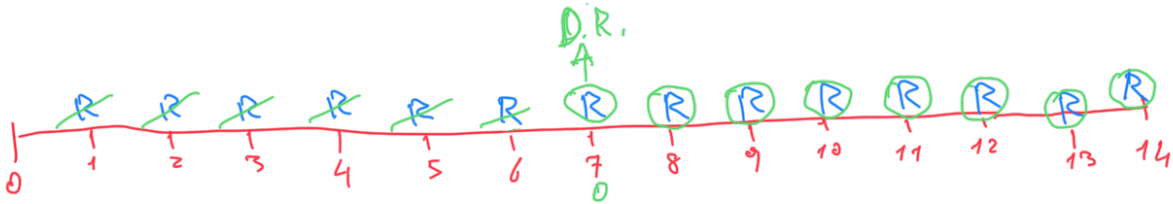
$$SPP = RPL \cdot 25\%$$

$$SPP = 5.546,25 \cdot 0,25 = 1.386,56 \text{ €}$$

$$Bf = RPL - SPP = 5.546,25 - 1.386,56 = 4.159,69 \text{ €}$$

$$V_0 = \frac{Bf}{i \text{ (CAPIT.)}} = \frac{4.159,69}{0,02} = 207.984,37 \text{ €}$$

CALCOLO DEL DEBITO RESIDUO (D.R.)
 MUTUO = 45.000 € RATE = 14 ANNE. $i = 7\%$



$$\begin{matrix} \text{RATA} \\ \text{ANNUALE} \\ \text{PASTICIPATA} \end{matrix} = A_0 \cdot \frac{i \cdot 9^n}{9^n - 1} = 45.000 \cdot \frac{0,07 \cdot 1,07^{14}}{1,07^{14} - 1} = 5.145,52 \text{ €}$$

$$D.R. = 5.145,52 \cdot 1,07 \cdot \frac{1,07^8 - 1}{0,07 \cdot 1,07^8} = 32.876,22 \text{ €}$$

$$V_2 = V_0 - D.R.$$

$$V_2 = 207.984,37 - 32.876,22 =$$

$$V_{ALORE\ REALE} \quad \boxed{175.108,15 \text{ €}}$$

- 10) E' stato contratto un mutuo di € 70.000 da estinguere in 16 rate annue anticipate al saggio del 4%. Calcolare il debito residuo :
- nel momento in cui sta per scadere la 5^a rata; (DR = € 56.379,93)
 - quando è stata appena pagata la 10^a rata. (DR = € 30.280,42)

$A_0 = 70.000 \text{ €}$

CALCOLO DELLA RATA ANNUA ANTICIPATA (R)

$$R = \frac{A_0}{q} \cdot \frac{i \cdot q^n}{q^n - 1} = \frac{70.000}{1,04} \cdot \frac{0,04 \cdot 1,04^{16}}{1,04^{16} - 1} = 5.776,35 \text{ €}$$

$$DR_1 = 5.776,35 \cdot 1,04 \cdot \frac{1,04^{12} - 1}{0,04 \cdot 1,04^{12}} = 56.379,93 \text{ €}$$

$$DR_2 = 5.776,35 \cdot \frac{1,04^6 - 1}{0,04 \cdot 1,04^6} = 30.280,42 \text{ €}$$

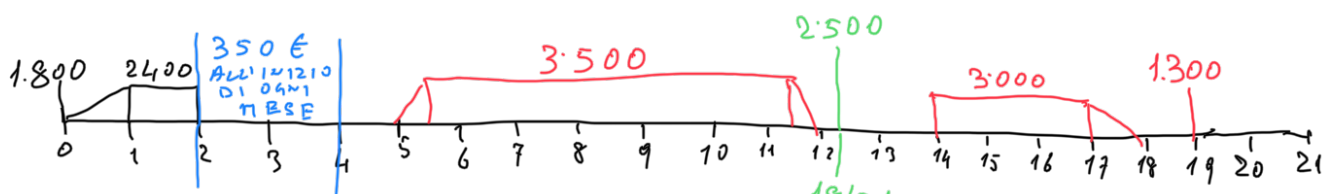
11) Su un conto corrente vengono depositati le seguenti somme al saggio del 2,5%:

- All'inizio del 1° anno € 1.800
- Dal 1° al 2° anno posticipate € 2.400
- al 3° e 4° anno € 350 all'inizio di ogni mese
- Dal 6° al 12° anno mediamente anticipate € 3.500

- Il 18 gennaio del 13° anno € 2.500
- Dal 15 al 18 anno anticipate € 3.000
- All'inizio del 20° anno € 1.300

Alla fine del 21° anno viene chiuso il conto corrente e si vuole sapere la somma che andrà a ritirare, l'interesse maturato e l'annualità media annua.

$$a = Q/ru \quad ? \quad A_n = ? \quad I = ? \quad i = 2,5\%$$



$$A_n = 1800 \cdot 1,025^{21} + 2400 \cdot \frac{1,025^2 - 1}{0,025} \cdot 1,025^{19} + 350 \cdot \left(12 + 0,025 \cdot \frac{12+1}{2}\right) \cdot 18/01$$

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{1,025^2 - 1}{0,025} \cdot 1,025^{17} + 3500 \cdot \left(1 + 0,025 \cdot \frac{180}{360}\right) \cdot \frac{1,025^7 - 1}{0,025} \cdot 1,025^9 + \\ & + 2500 \cdot \left(1 + 0,025 \cdot \frac{342}{360}\right) \cdot 1,025^8 + 3000 \cdot 1,025 \cdot \frac{1,025^4 - 1}{0,025} \cdot 1,025^4 + \\ & + 1300 \cdot 1,025^2 = \end{aligned}$$

$$A_n = 3023,25 + 7769,44 + 13116,61 + 33402,35 + 3118,35 + 13750,80 + 1365,82 = \boxed{75546,62 \text{ €}}$$

$$I = 75546,62 - (1800 + 2400 \cdot 2 + 350 \cdot 24 + 3500 \cdot 7 + 2500 + 3000 \cdot 4 + 1300) = \boxed{20246,62 \text{ €}}$$

$$\text{ANNUALITÀ MEDIA ANNUA} = A_n \cdot \frac{i}{q^n - 1} = 75546,62 \cdot \frac{0,025}{1,025^{21} - 1} = \boxed{2779,16 \text{ €}}$$